



Subiectul I.

Problema ”Cilindrii cu pistoane” (10 puncte)

	Parțial	Punctaj
A.		
În starea inițială, $p_1 S = k \frac{h}{3}$ (1)	0,25	3
În starea finală, $p_2 S = p_3 S + k \frac{h}{2}$ (2)	0,25	
Din (1) și (2) rezultă $3p_1 = 2(p_2 - p_3)$ (3)	0,5	
Ecuția termică de stare pentru fiecare incintă: $p_1 S \frac{h}{3} = \frac{m_1}{\mu_1} RT_1$ (4), $p_2 S \frac{h}{2} = \frac{m_2}{\mu_2} RT_2$ (5), $p_3 S \frac{h}{2} = \frac{m_3}{\mu_3} RT_3$ (6)	0,75	
Introducând presiunile din (4), (5) și (6) în (3) și utilizând relațiile din enunț, se obține $\frac{m_3}{m_1} = \frac{3\mu_2}{\mu_1} = \frac{6}{4}$ (7).	1,25	
B.		
Întrucât gazul din fiecare compartiment se caracterizează prin aceeași cantitate și temperatură, dar prin volume diferite, rezultă că presiunile din cele trei compartimente vor fi diferite. Existența presiunilor diferite este posibilă numai dacă pistoanele au mase.	1	6
Condițiile de echilibru sunt: $p_2 = p_1 + \frac{m_1 g}{S}$ (1), $p_3 = p_2 + \frac{m_2 g}{S}$ (2), $p'_2 = p'_1 + \frac{m_1 g}{S}$ (3), $p'_3 = p'_2 + \frac{m_2 g}{S}$ (4)	1	
Ecuțiile termice de stare sunt: $p_1 V_1 = \nu RT$ (5), $p_2 V_2 = \nu RT$ (6), $p_3 V_3 = \nu RT$ (7) $p'_1 V'_1 = \nu RT'$ (8), $p'_2 V'_2 = \nu RT'$ (9), $p'_3 V'_3 = \nu RT'$ (10)	1	
Din (1) și (3) rezultă $p_2 - p_1 = p'_2 - p'_1$ (11),		
Iar din (2) și (4) rezultă $p_3 - p_2 = p'_3 - p'_2$ (12).	1	

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

<p>Din (5) și (6) rezultă $p_2 = \frac{5}{3}p_1$ (13). Asemănător rezultă $p_3 = 5p_1$ (14), $p'_2 = xp'_1$ (15) și $p'_3 = 2xp'_1$ (16), unde $x = \frac{V'_1}{V'_2}$.</p> <p>Introducând (13), (14), (15) și (16) în (11) și (12) se obține</p> $\frac{2}{3}p_1 = (x - 1)p'_1$ (17) și $\frac{10}{3}p_1 = xp'_1$ (18). <p>Din (17) și (18) rezultă $x=1,25$.</p>		
<p>Pentru aflarea raportului $\frac{T'}{T}$ se face raportul ecuațiilor (8) și (5) $\frac{T'}{T} = \frac{p'_1 V'_1}{p_1 V_1}$ (20).</p> <p>Din (17) sau (18) se obține $\frac{p'_1}{p_1} = \frac{8}{3}$ (21).</p>	1	
<p>Pentru aflarea raportului $\frac{V'_1}{V_1}$ se ține cont că $V_1 + V_2 + V_3 = V'_1 + V'_2 + V'_3$ (22), care devine $V_1 + \frac{3}{5}V_1 + \frac{1}{5}V_1 = V'_1 + \frac{1}{x}V'_1 + \frac{1}{2x}V'_1$, de unde $\frac{V'_1}{V_1} = \frac{9}{11}$ (23).</p> <p>Înlocuind (21) și (23) în (20) se obține $\frac{T'}{T} = \frac{24}{11}$ (24).</p>	1	
OFICIU	1	1

Subiectul II.

a.	$P_1 = P_0 + 2\rho g l_0$ $P_1 = 181600 \text{ Pa}$	1	2
b.	$\frac{l_0(P_0 + 2\rho g l_0)}{T_1} = \frac{2l_0(P_0 + \rho g l_0)}{T_2}$ $T_2 = 2T_1 \frac{P_0 + \rho g l_0}{P_0 + 2\rho g l_0}$ $T_2 \cong 465,20 \text{ K}$	1	3
		1	

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



c.	Atunci când coloana de gaz urcă pe distanța x , avem:		
	$\frac{l_0(P_0+2\rho gl_0)}{T_1} = \frac{(l_0+x)[P_0+\rho g(2l_0-x)]}{T_x}$	1	
	$T_x = T_1 \frac{-\rho gx^2+x(P_0+\rho gl_0)+2\rho gl_0^2+l_0P_0}{l_0(P_0+2\rho gl_0)}$	1	4
	$T_{\max} = T_1 \frac{(P_0+3\rho gl_0)^2}{4\rho gl_0(P_0+2\rho gl_0)}$	1	
	$T_{\max} = 500,67 \text{ K}$	1	
	OFICIU	1	1

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul III.

Subpunctu 1	Barem evaluare	Puncta j	Puncta j total
a.	$\left. \begin{aligned} d &= -x_1 + x_2 \\ x_1 &= x_2 - d \\ \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} &= \frac{1}{f} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_2 - d} = \frac{1}{f}$ $x_2^1 = \frac{d - \sqrt{d^2 - 4df}}{2} > 0$ $x_2^2 = \frac{d + \sqrt{d^2 - 4df}}{2} > 0$ <p style="text-align: center;">Ambele soluții sunt pozitive, deci există posibilitatea ca, pentru o anumită distanță fixă între sursa de lumină și ecran să obținem, prin deplasarea lentilei, două imagini clare. Pentru aceasta, distanța trebuie să îndeplinească următoarea condiție:</p> $d > 4f$ <p style="text-align: center;">(condiția pentru a se obține imagini clare)</p>	1	2
		0,5	2
		0,5	

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



b.	<p>Notând cu δ diferența celor două soluții, putem calcula distanța focală a lentilei:</p> $\delta = x_2^2 - x_2^1$ $\delta = \sqrt{d^2 - 4df}$ $\Rightarrow f = \frac{d^2 - \delta^2}{4d}$ <p>Tabel cu date completate</p>	1	2,5
		1,5	

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

c.		1	
	<p>AB=D-diametrul lentilei A'B'=y-proiecția pe ecran a lumânării (dimensiunea proiecției)</p> $\frac{y}{2x} = \frac{D}{2x_2}$ $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$ $d - (-x_1) = x_2 - x$ $y = \frac{Dx(f + x_1)}{fx_1}$ $y = \frac{D[-x_1^2 - d(f + x_1)]}{fx_1}$ $y = D \left[\left(\sqrt{\frac{d}{-x_1}} - \sqrt{\frac{-x_1}{f}} \right)^2 + 2 \sqrt{\frac{d}{f}} - \frac{d}{f} \right]$	1	4,5
	<p>Valoarea minimă a expresiei de mai sus corespunde anulării termenului pătratic, adică:</p> $-x_1 = \sqrt{fd}$ <p style="text-align: center;">y_{min} (rezultat numeric)</p>	1,5	0,5
		0,5	0,5
	OFICIU	1	1

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.