A		
a)	$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}};\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}$	0.50p
	$k\frac{Mm}{R^2} = mg_0;\ \ k\frac{Mm}{(R+h)^2} = mg; g(h) = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$	0.50p
2p	La fiecare bătaie ceasul rămâne în urmă cu $T_2 - T_1$	0.25p
	Într-un timp Δt_0 ceasul rămâne în urmă cu $$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{T_2}(T_2 - T_1) = \Delta t_0\left(1 - \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\right) = \left(1 - \frac{R+h_1}{R+h_2}\right)\Delta t_0 = \frac{h_2 - h_1}{R+h_2}\Delta t_0 \approx \frac{h_2-h_1}{R}\Delta t_0$$	0,50p
	$\Delta t = 17,28s$	0,25p
	Lungimea se micșorează, deoarece în acest fel micșorăm perioada	0.25p
b) 2p	$2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g_2}} \to l' = \frac{lg_2}{g_1}$	0,50p
	$\Delta l = l - l' \approx l\left(1 - \frac{R^2}{(R+h)^2}\right) = l\frac{h(h+2R)}{(R+h)^2}$	0.50 p
	$\Delta l = \frac{T_0^2 g_0}{4\pi^2}\frac{h(h+2R)}{(R+h)^2}$	0,50 p
	$\Delta l = 0{,}0003998m \cong 0{,}4mm$	0,25p
B		
5 p	Deoarece $Qq < 0$, cele două corpuri se atrag. Ca urmare, corpul de masă m se va deplasa în jurul corpului de masă M pe o conică. Considerăm că la momentul inițial, $F_{cp} < F_{el}$.	0.50p
	Scriem conservarea energiei mecanice și conservarea momentului cinetic (forța electrostatică nu are moment față de punctul M!). $\frac{mv_0^2}{2} + k\frac{Qq}{d_0} = \frac{mv^2}{2} + k\frac{Qq}{d_m}$ $mv_0d_0 = mvd_m$	1.00p
	$E_{0c} + E_{0p} = E_{0c}\left(\frac{d_0}{d_m}\right)^2 + E_{0p}\frac{d_0}{d_m}$	0.50p
	Pentru simplitate introducem notațiile $\frac{E_{0c}}{\lvert E_{0p}\rvert} = \alpha > 0$ și $\frac{d_0}{d_m} = x > 0$	0,50p
	Atunci $\alpha - 1 = \alpha x^2 - x \Longrightarrow \alpha(x-1)(x+1) - (x-1) = 0$	0,500
	$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{\alpha} - 1.$	1,00
	Discuție:	1,00 p

	Pentru $0 < \alpha < 1, x_2 > 0$ traiectorie închisă (elipsă) $\alpha = 1/2, x_1 = x_2 = 1$ traiectoria este un cerc; $\alpha = 1, x_2 \to \infty$ traiectorie deschisă (parabolă) $\alpha > 1, x_2 < 0$ (nu are sens), traiectorie deschisă (hiperbolă)	
	Oficiu	1p

Subiectul2

Rezolvare: 1p oficiu

a_1) (2,5p)

CM al sistemului este în repaus. Pentru jumătate din resort:

$$k_1 = k_2 = 2k$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$$

a_2) (1,5p)

$$A_1 = \frac{d}{2}$$

$$v_{max} = \omega A_1 = d\sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$$a_{max} = \omega^2 A_1 = \frac{kd}{m}$$

a_3) (2p)

$$E = E_c + E_p = 4E_p$$

$$k_1\frac{{A_1}^2}{2} = 4k_1\frac{y_1^2}{2}$$

$$y_1 = \pm\frac{A_1}{2} = \pm\frac{d}{4}$$

$$\ell = \ell_0 \pm 2y_1 = \ell_0 \pm \frac{d}{2}$$

b_1) (3p)

$$mv_0 = 2mv_{CM}$$

$$v_{CM} = \frac{v_0}{2} = constanta$$

SCM: $y_{osc} = Asin(\omega t)$

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$\frac{v_0}{2} = \omega A$$

$$A = \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$y_{CM} = \frac{v_0}{2}t$$

$$y = y_{CM} + y_{osc}$$

$$y = \frac{v_0}{2}t + \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t\right)$$

Subiectul 3

a.	Pentru:		**1,5p**
	$\frac{kb^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2} + L_f$	0,6p	
	$L_f = \frac{\mu mgb^2}{2L}$	0,6p	
	rezultat final: $v_{max} = b \cdot \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\mu g}{L}} = 1 m/s$	0,3p	
b.	Pentru:		**3p**
	$m \cdot \ddot{x} = -k \cdot x + \frac{\mu mg}{L} \cdot x \Rightarrow \ddot{x} + \left(\frac{k}{m} - \frac{\mu g}{L}\right) \cdot x = 0$	1p	
	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\mu g}{L}}$	0,4p	
	$x = A \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$; $v = \omega_0 \cdot A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$	0,4p	
	condiții inițiale: la $t_0 = 0$, $x_0 = b$ și $v_0 = 0$	0,4p	

	$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$; $A = b$	0,4p	
	rezultat final: $x = b \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\mu g}{L}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}5 \cdot \sin\left(2 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ (m)	0,4p	
c.	Pentru:		**2p**
	$x = 0 \Rightarrow b \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\mu g}{L}} \cdot t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = 0$	0,6p	
	$\omega_0 \cdot t_1 + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\mu g}{L}}}$	0,6p	
	$t_2 = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$	0,5p	
	rezultat final: $\tau = t_1 + t_2 \cong 1{,}4\text{s}$	0,3p	
d.	Pentru:		**2,5p**
	$\frac{kb^2}{2} = \frac{kd_1^2}{2} + \frac{\mu mgb^2}{2L} \Rightarrow b^2 = d_1^2 + \frac{\mu mg}{kL} \cdot b^2$	0,5p	
	$\frac{kd_1^2}{2} = \frac{kd_2^2}{2} + \frac{\mu mgd_2^2}{2L} \Rightarrow d_1^2 = d_2^2 + \frac{\mu mg}{kL} \cdot d_2^2$	0,5p	
	$\frac{kd_2^2}{2} = \frac{kd_3^2}{2} + \frac{\mu mgd_2^2}{2L} \Rightarrow d_2^2 = d_3^2 + \frac{\mu mg}{kL} \cdot d_2^2$	0,5p	
	Notând $\frac{\mu mg}{kL} = p = 0{,}36$, se obțin relațiile:		
	$d_1 = b \cdot \sqrt{1-p}$	0,2p	
	$d_2 = b \cdot \sqrt{\frac{1-p}{1+p}}$	0,2p	
	$d_3 = b \cdot \frac{1-p}{\sqrt{1+p}}$	0,2p	
	rezultat final: $D = b + 2d_1 + 2d_2 + d_3 \cong 2{,}25\text{m}$	0,4p	
Oficiu			**1p**
TOTAL			**10p**