



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"MARIAN ȚARINĂ"
Ediția a XXI-a, 26- 27 IANUARIE 2024



CLASA A V-A

Problema 1. M-am gândit la un număr. L-am înmulțit cu 13 și am șters ultima cifră a rezultatului. Numărul obținut l-am înmulțit cu 7 și am șters ultima cifră a noului rezultat. Am obținut numărul 20.

La ce număr m-am gândit?

Problema 2. Cristi a înmulțit 11 numere naturale consecutive mai mici decât 100, iar Andrei le-a adunat. Se poate ca ultimele două cifre ale numărului lui Cristi să coincidă cu ultimele două cifre ale numărului lui Andrei?

Problema 3. Aflați numerele naturale n pentru care numărul $a = 2^{n+1} + 12^n + 10^n$ este pătrat perfect.

Problema 4. a) Așezați numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 în 8 căsuțe, ca cele din figura de mai jos, astfel încât suma numerelor din oricare 4 căsuțe vecine să fie 17 sau 18.



b) Aflați toate numerele s cu proprietatea că putem așeza numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 în cele 8 căsuțe astfel încât suma numerelor din oricare 4 căsuțe vecine să fie s sau $s + 1$.

Timpul de lucru este de 2 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"MARIAN ȚARINĂ"
Ediția a XXI-a, 26-27 IANUARIE 2024



CLASA A VI-A

Problema 1. Numerele naturale x, y, z satisfac egalitatea:

$$4x + 7z = 7y + 9.$$

- Arătați că $x + 2y + 3z + 4$ este multiplu de 5.
- Determinați restul împărțirii lui $2x + y + 5z$ la 6.

Problema 2. Pentru fiecare număr natural n diferit de 0 notăm cu $n!$ produsul $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$. Astfel, $1! = 1$, $2! = 1 \cdot 2 = 2$, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, etc.

Aflați numerele naturale nenule u, v, t din egalitatea:

$$u! + 2^v = t!.$$

Problema 3. Pe tablă sunt scrise 17 numere din mulțimea $\{2, 3, 4, 5\}$, care au suma divizibilă cu 17. Demonstrați că cel puțin unul dintre numerele 2, 3, 4, 5 a fost scris de mai puțin de 3 ori.

Problema 4. Cristi aranjează numerele naturale în ordinea crescătoare a produsului cifrelor, iar dacă două numere au același produs al cifrelor atunci cel mai mare urmează după cel mai mic în ordinea naturală.

Astfel numerele din mulțimea $\{14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\}$ sunt aranjate în ordinea: 20, 21, 14, 22, 15, 16, 23, 17, 18, 24, 19, deci numerele 15 și 16 (și de asemenea numerele 17 și 18) sunt consecutive și în această ordonare.

a) O mulțime A de numere naturale consecutive este interesantă dacă conține numerele 134 și 135, iar 134 și 135 rămân consecutive și după ce îi ordonăm elementele prin metoda lui Cristi.

Câte mulțimi interesante există?

b) Găsiți 2024 de numere naturale consecutive care rămân consecutive și după ce le așezăm în ordinea lui Cristi.

Timpul de lucru este de 2 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XXI-a, 26–27 IANUARIE 2024



CLASA A VII-A

Problema 1. Aflați numerele prime care pot fi scrise sub forma:

$$|x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5|,$$

unde x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 sunt numere întregi consecutive.

Problema 2. Pe tablă sunt scrise 5 numere naturale consecutive. La o operație ștergem două numere a, b de pe tablă și adăugăm la numerele rămase numărul $\sqrt{a^2 + b^2}$. Procedând la fel cu noile numere, după 4 operații pe tablă rămâne un singur număr.

Demonstrați că acest număr este irațional.

Problema 3. Mediatoarea laturii AB a paralelogramului $ABCD$ intersectează perpendiculara în D pe AD în punctul E , situat în interiorul paralelogramului. Fie M mijlocul laturii DC .

Aflați $\angle BME$.

Problema 4. Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel ABC cu $\angle A = 90^\circ$. Notăm cu D mijlocul laturii AB , cu F mijlocul laturii BC și cu E proiecția punctului A pe CD . Demonstrați că:

- $CE = 2AE$
- $BE \perp EF$.

Timpul de lucru este de 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"MARIAN ȚARINĂ"
Ediția a XXI-a, 26-27 IANUARIE 2024



CLASA A VIII-A

Problema 1. Aflați valoarea maximă a sumei $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ când a, b, c sunt numere reale cu $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Problema 2. Fie x, y, z numere reale pozitive astfel încât xy, yz și zx sunt raționale.

Demonstrați că:

a) numărul $x^2 + y^2 + z^2$ este rațional;

b) dacă $x^3 + y^3 + z^3$ este rațional, atunci x, y și z sunt raționale.

Problema 3. Piramida $VABCD$ are baza dreptunghiul $ABCD$. Notăm cu P proiecția lui C pe VA .

Demonstrați că $PD \perp VB$ dacă și numai dacă $VA \perp AB$.

Problema 4. Aflați cel mai mare număr natural n de două cifre pentru care există n numere naturale (nu neapărat distincte) a căror medie aritmetică nu este un număr întreg, însă media aritmetică a oricăror m dintre ele, $m = 2, 3, \dots, n - 1$, este un număr întreg.

Timpul de lucru este de 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.