



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XXII-a, 22–23 NOIEMBRIE 2024



Clasa a VII-a

Problema 1 Să se arate că

$$\frac{a_1^2 + a_2^2}{2} + \frac{2}{\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2}} \leq 2 \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right)^2, \quad \forall a_1, a_2 \in \mathbb{R} \text{ cu } a_1, a_2 > 0.$$

Când are loc egalitatea?

Problema 2 Să se rezolve în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ecuația

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{p},$$

unde p este un număr prim dat.

Problema 3 Dacă în triunghiul ABC , cu $\widehat{BAC} = 45^\circ$ și $\widehat{ACB} = 30^\circ$, ducem mediana AD , $D \in [BC]$, să se determine măsura \widehat{ADB} .

Problema 4 Pe latura AC a triunghiului ascuțitunghic ABC , cu $\widehat{BAC} = 2 \cdot \widehat{ACB}$, luăm punctul H încât să avem $BH \perp AC$. Fie $D \in (HC)$ astfel încât $DC = 2 \cdot AH$. Dacă $\widehat{DBH} = \alpha < 45^\circ$, determinați, în funcție de α , măsura unghiului \widehat{CBD} .

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Fiecare subiect este evaluat cu 7 puncte.