INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL "EMIL RACOVIŢĂ" CLUJ-NAPOCA
Str. Mihail Kogălniceanu nr. 9-11, Cluj-Napoca, Tel. Fax: +(40)264-591825; 431930
web : www.e-racovita.ro; e-mail: racovitacj@gmail.com

MINISTERUL EDUCAŢIEI

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
„MARIAN ŢARINĂ"
Ediţia a XXII-a, 22– 23 NOIEMBRIE 2024

Clasa a IX-a

Problema 1 Să se rezolve ecuaţia

$$x + \frac{92}{x} = [x] + \frac{92}{[x]},$$

unde s-a notat prin $[x]$ partea întreagă a numărului real x.

Problema 2 Fie $n \in \mathbb{N}^*$ dat. Demonstraţi că ecuaţia

$$x^{n+1} + y^n = z^{2n+1},$$

are o infinitate de soluţii în mulţimea numerelor naturale nenule.

Problema 3 Fie $(p_n)_{n\geq 1}$ şirul numerelor prime impare. Calculaţi:

$$\left[12\left(\frac{1}{p_1p_2} + \frac{1}{p_2p_3} + \cdots + \frac{1}{p_np_{n+1}}\right)\right],$$

unde prin $[x]$ s-a notat partea întreagă a numărului real x.

Problema 4 Fie $\triangle ABC$ şi punctele $M \in (AB)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$, $Q \in (BC)$, $R \in (BC)$ şi $S \in (AC)$ astel încât $AM = d(M, BC)$, $AN = d(N, BC)$, $BP = d(P, AC)$, $BQ = d(Q, AC)$, $CR = d(R, AB)$ respectiv $CS = d(S, AB)$. Fie U mijlocul lui (MN), V mijlocul lui PQ şi W mijlocul lui (RS). Demonstraţi că AU, BV şi CW sunt concurente.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
Fiecare subiect este evaluat cu 7 puncte.