



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XXII-a, 22–23 NOIEMBRIE 2024



Clasa a XI-a

Problema 1 Determinați toate numerele reale x cu proprietatea că
 $n^{n+1}x^2 - n[(n+1)^n + (3n+1)n^{n-1}]x + (n+1)^n(3n+1) < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Problema 2 Considerăm șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ cu $x_0 \in (0, \frac{1}{3})$ și

$$x_{n+1} = x_n(1 - x_n)(1 - 2x_n)(1 - 3x_n).$$

Calculați:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} \left(\frac{1}{6} - nx_n \right).$$

Problema 3 Fie $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ astfel încât $A^7 = 0_n$ și $ABA + A - B = BA - AB$. Demonstrați că:

- $\det(B) = 0$.
- Dacă $A \neq 0_n$, arătați că $B \neq A^2$.

Problema 4 Determinați imaginea funcției

$$f : \mathcal{M}_2(\mathbb{Q}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{Q}), \quad f(X) = X^2, \quad \forall X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Q}).$$

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
Fiecare subiect este evaluat cu 7 puncte.