



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ
CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XXIII-a, 21– 22 NOIEMBRIE 2025



Clasa a VII-a

- În interiorul pătratului $ABCD$ se consideră $\triangle BCE$ echilateral. Se construiește $DEFG$ pătrat astfel încât F și G sunt în semiplane diferite față de DC . Fie $GM \perp EC$. Arătați că:
 - A, F, C coliniare;
 - $GM \parallel BF$.
- Fie a, b numere reale cu $0 \leq a < b$.
 - Să se arate că $\sqrt{a+b-x} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{x}$ pentru orice x cu $a \leq x \leq b$.
 - Dovediți că pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ cu $a \leq x \leq b, a \leq y \leq b$, are loc

$$\sqrt{a+b-\frac{x+y}{2}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2}$$

- În triunghiul ABC , dreptunghic în A , se consideră înălțimea AD , mediana AM și bisectoarea AE a unghiului A , unde $D, M, E \in BC$. Arătați că $ME = 2ED$ dacă și numai dacă triunghiul ABC are un unghi cu măsura de 15° .
- Pe o tablă sunt scrise toate numerele naturale de la 1 la 2024, cu excepția numărului 2023.
 - Robert joacă următorul joc: La fiecare pas șterge de pe tablă două numere x și y și scrie în loc numărul $(x+y)(1+(x+y)+(x+y)^3+(x+y)^5)$. Demonstrați că, după 2022 de pași, numărul rămas pe tablă nu este pătrat perfect.
 - Pornind cu aceleași numere, Andrei joacă următorul joc: La fiecare pas șterge de pe tablă două numere x și y și scrie în loc $x+y+xy$. După 2022 de pași, Andrei șterge singurul număr N de pe tablă și scrie în locul lui numărul $N+1$. Determinați numărul zerourilor în care se termină numărul rămas pe tablă.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore. Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.