



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ
CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XXIII-a, 21– 22 NOIEMBRIE 2025



Clasa a IX-a

1. Pe laturile $[AB]$, $[BC]$ și $[CA]$ ale triunghiului ABC se considera punctele D, E, F astfel încat $AF = 3FC$ iar $DE \parallel FC$. Fie $\{M\} = CD \cap EF$, $N = CD \cap AE$ și P, Q, R centrele de greutate ale triunghiurilor CFM , MEN , respectiv AND . Arătați că simetricul punctului Q față de mijlocul segmentului $[PR]$ se găsește pe latura $[AC]$.
2. Fie $a_1, \dots, a_{n+1}, b_1, \dots, b_n$ numere reale nenule cu $a_{n+1}, b_1, \dots, b_n > 0$. Să se determine minimul expresiei

$$E(x_1, \dots, x_{n+1}) = a_1 x_1 + \dots + a_{n+1} x_{n+1}$$

unde $x_1, \dots, x_{n+1}$ sunt numere reale care satisfac $b_1 x_1^2 + \dots + b_n x_n^2 \leq x_{n+1}$.

3. Fie A, B două puncte distincte în plan și M, N puncte pe segmentul $[AB]$. Să se arate că următoarele afirmații sunt echivalente:
 - (i) $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MB}$;
 - (ii) pentru orice punct P din plan avem $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}$;
 - (iii) pentru orice punct P din plan avem $PA + PB \geq PM + PN$.
4. Să se determine numerele $n \in \mathbb{N}$ și $r \in \mathbb{R}, r \geq n$, pentru care sistemul de inecuații

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq r \\ x_1 \sqrt{x_1 - 1} + x_2 \sqrt{x_2 - 1} + \dots + x_n \sqrt{x_n - 1} \leq 2(r - n) \end{cases}$$

are soluții în numere reale $x_1, x_2, \dots, x_n > 1$.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore. Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.