



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ
CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a XXIII-a, 21– 22 NOIEMBRIE 2025



Clasa a X-a

1. Să se determine toate numerele naturale n cu proprietatea

$$2(6 + 9i)^n - 3(1 + 8i)^n = 3(7 + 4i)^n.$$

2. (i) Fie $a, b > 0$ și funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(t) = \frac{1}{ta + (1-t)b} + \frac{1}{(1-t)a + tb}.$$

Să se arate că funcția este descrescătoare pe $[0, \frac{1}{2}]$ și crescătoare pe $[\frac{1}{2}, 1]$.

- (ii) Demonstrați că pentru orice $t \in [0, \frac{2-\sqrt{2}}{4}]$ și orice $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ avem

$$\frac{1}{t \cos^4 x + (1-t) \sin^4 x} + \frac{1}{(1-t) \cos^4 x + t \sin^4 x} \geq 8.$$

3. Fie m, n, p numere naturale nenule fixate. Determinați numărul tripletelor (x, y, z) de numere reale pentru care

$$\left(\frac{x-i}{x+i}\right)^m + \left(\frac{y-i}{y+i}\right)^n + \left(\frac{z-i}{z+i}\right)^p + 3 = 0.$$

4. Se consideră numerele reale a, b, c pentru care $(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2) = 9$. Să se determine minimul expresiei $ab + bc + ca$.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore. Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.